et (C) sa courbe représentative dans le repère $\left(O, \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1/ Etudier les variations de f .

2/ On désigne par φ la fonction définie par $\varphi(x) = f(x) - x$.

a- Montrer que l'équation $\varphi(x)=0$ admet deux solutions 0 et α avec $1<\alpha < 2$.

b- Déterminer les positions relatives de (C) et Δ.

c- Tracer (C) et Δ dans le repère $\left(O, \vec{i}; \vec{j}\right)$.

3/a- Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} dont on tracera la courbe (C') dans le même repère.

b- Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout réel x.

c- Calculer, en fonction de α, l'aire du domaine limité par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x=\alpha$.

4/ On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n), \ \forall n \in IN \end{cases}$

a- Montrer que $\forall n \in IN, \ 1 \leq u_n < \alpha$.

b- Montrer que (u_n) est strictement croissante .

c- En déduire que (u_n) est convergente et trouver sa limite.

B) Dans cette partie n désigne un entier naturel tel que $n \geq 2$.

Soit f_n la fonction numérique à variable réelle définie par :

$f_n(x) = Log(1 + nx)$ et (C_n) sa courbe représentative dans le repère $\left(O, \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1/ Montrer que $\forall x \in]1;+\infty[, \ 1 - \frac{1}{x} < Logx < \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right)$.

2/ montrer que l'équation $f_n(x) - x=0$ admet deux solutions (on notera α_n la solution non nulle).

3/a- Montrer que $Log(n) < \alpha_n < 2Logn$.

b- En déduire que $Log(n) < \alpha_n < Log[1 + 2nLogn]$

c- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\alpha_n}{Logn}$.

4/ Soit Φ l'application du plan P dans lui-même qui, a tout point M, associe le point M' barycentre des points H et M affectés respectivement des coefficients $(n - 2)$ et 2, où H désign le projeté orthogonal de M sur $\left(O, \vec{j}\right)$.

a- Déterminer l'expression analytique de Φ. (**j'ai changé cette question pour qu'elle soit dans le cadre du programme actuel).**

b- Montrer que $\Phi((C_2)) = (C_n)$.

c- .....(**question éléminée car une telle fonction Φ n'est pas etudiée dans le programme actuel).**